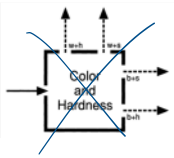
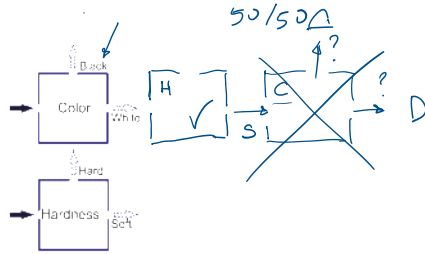


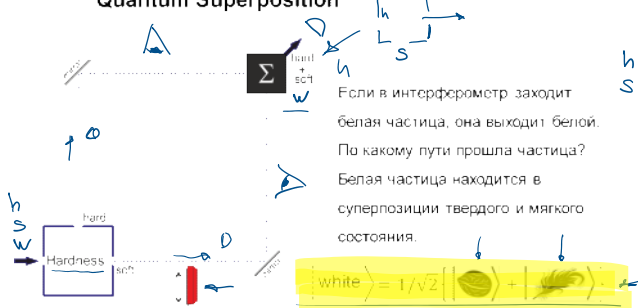
Квантовая суперпозиция

- Частица имеет цвет и твердость
- Цвет бывает только белым или черным
- Частица бывает только мягкой или твердой
- Измерения с цветом и твердостью повторяемы
- Между цветом и твердостью нет связи
- Если измерить цвет частицы, то теряется твердость, и наоборот



• Не существует прибор, который мог бы детектировать цвет и твердость одновременно

Quantum Superposition



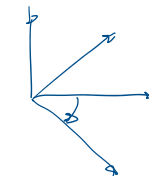
Если в интерферометр заходит белая частица, она выходит белой. По какому пути прошла частица? Белая частица находится в суперпозиции твердого и мягкого состояния.

Свет как волна и как частица

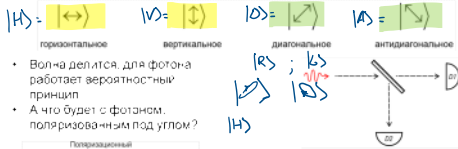
$$|white\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |S\rangle)$$

$$+ |0\rangle + |1\rangle$$

$$+ |2\rangle - |3\rangle$$

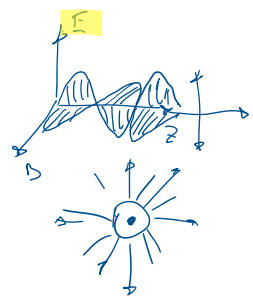


Поларизация присутствует даже в отдельных фотонах. В этом случае говорят о квантовом поляризационном состоянии фотона. Например:



- Волна делится, для фотона работает вероятностный принцип
- А что будет с фотонем, поляризованным под углом?

• После измерения поляризации фотона в «неправильном» базисе фотон меняет свое состояние поляризации
 • Т.е. измерительный прибор повернул поляризацию фотона? Или не так?



$$|D\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|A\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|R\rangle = \frac{|H\rangle + i|V\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|L\rangle = \frac{|H\rangle - i|V\rangle}{\sqrt{2}}$$

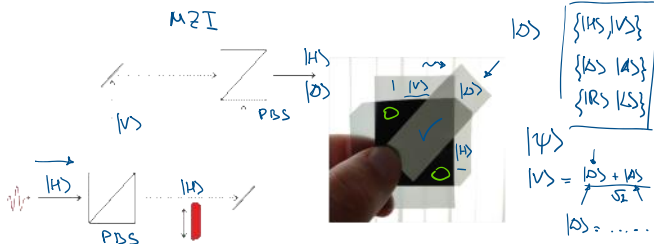
$(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 = 1$
 $e^{i\pi/2} = i$
 $e^{-i\pi/2} = -i$

$$|\varphi, x\rangle = e^{ix}$$

$$P_1 |\varphi, x\rangle + P_2 |\varphi, x\rangle \dots$$

$$\text{ket } |\varphi\rangle \langle \varphi| + \text{bra } |\varphi\rangle \langle \varphi|$$

Квантовая суперпозиция

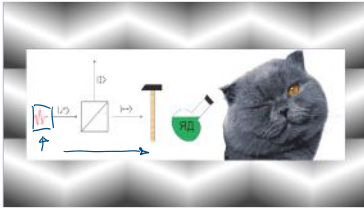


- Пока над квантовой частицей не проводят измерения, чтобы узнать в каком именно она состоянии, она может находиться словно сразу в нескольких состояниях.
- Но как только мы измеряем ее состояние, фотон выходит из суперпозиции, коллапсирует, до одного состояния.
- По мнению многих методологов физики, понятие суперпозиции является ключевым в квантовой механике.

Кот Шредингера

$$|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$$

$$|\leftrightarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$$



$$|\text{КОТ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{ЖИВ}\rangle + |\text{МЕРТВ}\rangle)$$

Постулаты гильбертова пространства

1. Возможные состояния физической системы формируют Гильбертово пространство над полем комплексных чисел
2. Несоизмеримые квантовые состояния соответствуют ортогональным векторам
3. Все векторы, которые представляют физические квантовые состояния, нормированы.

$$|\psi\rangle = a_1|\psi_1\rangle + a_2|\psi_2\rangle + \dots + a_n|\psi_n\rangle + \dots$$

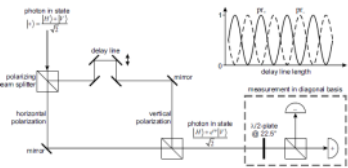
$$\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|^2 = 1$$

Суперпозиция состояний поляризации

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A_H^2 + A_V^2}} (A_H e^{i\phi_H} |\leftrightarrow\rangle + A_V e^{i\phi_V} |\uparrow\rangle)$$

Квантовая интерференция. Теория дополнителности.

Внос изменение по фазе, мы меняем интерференционную картину, даже с одним фотоном. По закону $P_{\pm} = \frac{1}{2}(1 \pm \cos \phi)$. Интерferируют амплитуды вероятности



Принцип неопределенности

$$\Delta x^2 (\Delta x^2) = (x^2) - (x)^2$$

Для состояния $|H\rangle$

$$(\Delta \alpha_x)(\Delta \alpha_y) = 1$$

По принципу неопределенности Гейзенберга

$$(\Delta x)(\Delta p_x) \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$|H\rangle = +1 \quad |V\rangle = +1$$

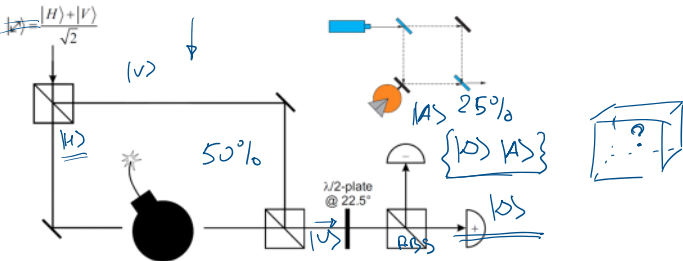
$$|V\rangle = -1 \quad |A\rangle = -1$$

$$G_x \quad u \quad v = \pm 1$$

$$G_y \quad \Delta \quad A = \pm 1$$

$$G_z \quad R \quad L = \pm 1$$

Elitzur-Vaidman bomb tester



For the depicted case, what are the probabilities of detecting a bomb without detonating it, detonating the bomb, obtaining an inconclusive result without detonating the bomb?

1. 1/3, 1/3, 1/3
2. 1/2, 1/4, 1/4
3. 1/4, 1/2, 1/4

Asymptotic probability



$$|d\rangle = \cos \alpha |H\rangle + \sin \alpha |V\rangle$$

$$N = 100$$

$$1000$$

$$90^\circ/N$$

$$\cos^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha$$

$$|2\rangle$$

$$|3\rangle$$

$$|4\rangle - ?$$

Нелинейная оптика

ЛО	НО
P зависит как линейная функция от E	Принцип суперпозиции не работает
работает принцип суперпозиции	$P(E_1 + E_2) \neq P(E_1) + P(E_2)$
$P(E_1 + E_2) = P(E_1) + P(E_2)$	

Нелинейная оптика

ЛО	НО
P зависит как линейная функция от E	Принцип суперпозиции не работает
работает принцип суперпозиции	$P(E_1 + E_2) \neq P(E_1) + P(E_2)$
$P(E_1 + E_2) = P(E_1) + P(E_2)$	

$P = \chi E$ \oplus \ominus \otimes E

Слайды заимствованы из лекций А.В. Масалова

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots$$

Эффекты линейной оптики

Квадратичные нелинейные эффекты

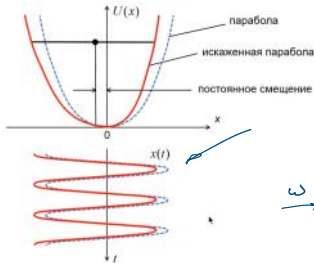
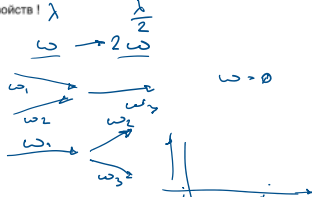
Кубичные нелинейные эффекты

В изотропных средах $\chi^{(2)} = 0$

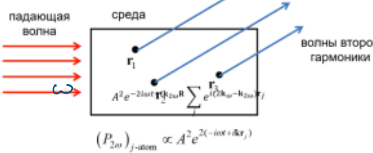
Необходима анизотропия нелинейных свойств!

Квадратичные нелинейные эффекты:

- генерация второй оптической гармоники;
- генерация суммарной частоты, ГСЧ;
- генерация разностной частоты, ГРЧ;
- оптическое выпрямление;
- генерация параметрических волн.



2. Суммирование волн; условие фазового синхронизма



$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n \omega}{c} = \frac{n \omega}{c}$$

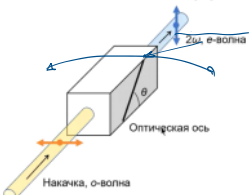
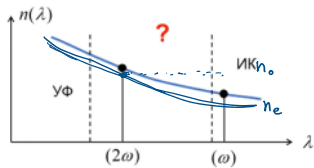
$$E_{2\omega}(\mathbf{R}) \propto \sum_j d_{j,2\omega}^{(2)} \times e^{i(k_{2\omega} \cdot \mathbf{R})} \approx A^2 e^{-2i\omega t + i(2k_{\omega} \cdot \mathbf{R})} \sum_j e^{i(2k_{\omega} - k_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}}$$

Условие фазового синхронизма

Условие фазового синхронизма

$$2k_{\omega} = k_{2\omega}$$

- волна второй гармоники коллинеарна волне накачки;
- показатели преломления должны совпадать: $n_{\omega} = n_{2\omega}$

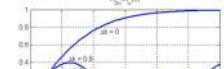


2. Заданное поле накачки, произвольная расстройка

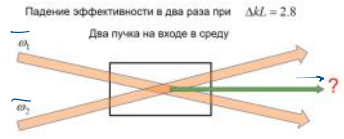
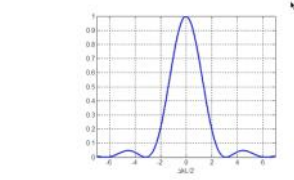
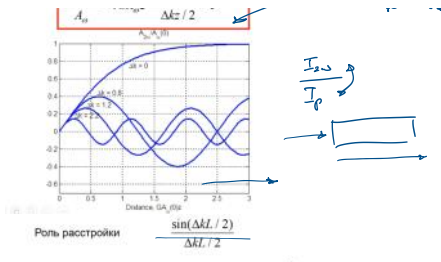
$$A_{\omega}(z) = \text{const} \quad \frac{d}{dz} A_{2\omega}(z) = i \frac{2\omega}{c n_{2\omega}} \chi^{(2)} A_{\omega}^2 e^{-i\Delta k z}$$

$$A_{2\omega}(z) = i G A_{\omega}^2 \frac{\sin(\Delta k z / 2)}{\Delta k / 2} e^{-i\Delta k z / 2}$$

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega}$$



$$\frac{I_{2\omega}}{I_0}$$



$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3$$

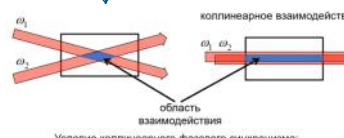
$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{K}$$

$$A \rightarrow \frac{1}{2} (A_1 e^{-i\omega_1 t + i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} + A_2 e^{-i\omega_2 t + i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}}) + \frac{1}{2} (A_3 e^{-i\omega_3 t + i\vec{k}_3 \cdot \vec{r}} + A_4 e^{-i\omega_4 t + i\vec{k}_4 \cdot \vec{r}})$$

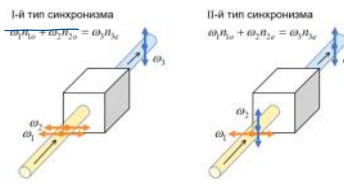
Ожидаем поляризацию и излучение на новых частотах:
 $P \rightarrow \chi^{(2)} A^2 = \dots + \dots e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + \dots$

Поэтому следует ввести в рассмотрение новые пучки с суммарной и разностной частотами!
 Оба случая вписываются в схему трех частот
 $\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 = \omega_1 + \omega_2$
 где ω_3 - наибольшая частота

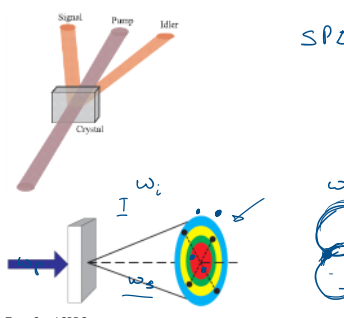
Если на вход среды направить пучки с ω_1 и ω_2 , то получим процесс генерации суммарной частоты.
 Если на вход среды направить пучки с ω_1 и ω_2 , то получим процесс генерации разностной частоты.



$$\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 = \omega_3 n_3 \quad \text{или} \quad \frac{n_1}{\lambda_1} + \frac{n_2}{\lambda_2} = \frac{n_3}{\lambda_3}$$



Spontaneous parametric down-conversion
 Генерация параметрических волн



$V_1: 1\mu\text{В}$
 $V_2: 1\text{мВ}$
 $V = V_1 \otimes V_2$
 ΔK

$\Psi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle + |VH\rangle)$
 $|\Psi^+\rangle = |\Psi\rangle \otimes |X\rangle$

$\omega_1 + \omega_2 = \omega_p$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle + |VH\rangle)$

Type-0 or I SPDC

$$|\Psi\rangle = \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j - \omega_p) \delta(\vec{k}_i + \vec{k}_j - \vec{k}_p) a_i^\dagger(\vec{k}_i) a_j^\dagger(\vec{k}_j) |0\rangle$$

$$\langle\Psi| = A \int d^3k_1 d^3k_2 \delta(\omega_p - \omega_1(k_1) - \omega_2(k_2)) \delta(\vec{k}_p - \vec{k}_1 - \vec{k}_2) a_1^\dagger(\vec{k}_1) a_2^\dagger(\vec{k}_2) |\Psi\rangle$$

When deriving we consider

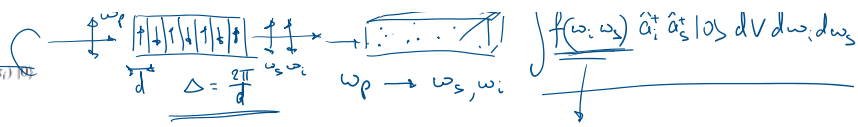
$$|\Psi\rangle = \sum_{s,j} \delta(\omega_s + \omega_j - \omega_p) \delta(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_j - \mathbf{k}_p) a_s^\dagger(\mathbf{k}_s) a_j^\dagger(\mathbf{k}_j) |0\rangle$$

$$\langle\Psi| = A \int d^3k_s d^3k_j \delta(\omega_p - \omega_s(\mathbf{k}_s) - \omega_j(\mathbf{k}_j)) \delta(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_j) a_s^\dagger(\mathbf{k}_s) a_j^\dagger(\mathbf{k}_j) \langle 0|$$

When deriving we consider
 the plane wave approximation
 the first order perturbation theory

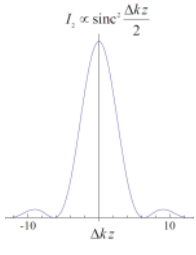
$$\omega_p = \omega_s + \omega_j, \quad \mathbf{k}_p = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_j$$

$$k_p \neq k_s + k_j + \Delta$$



$\delta(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_j - \mathbf{k}_p)$
 is the case of exact phase matching

For non-exact phase matching
 intensity as the squared sinc function



Quasi phase matching with the poling period Λ
 $\Lambda = \frac{2\pi}{\Delta k}$